Musterlösungen zu den Hausaufgaben auf

Blatt 3

der Übungen zur Vorlesung

“Grundlagen Betriebssysteme und Systemsoftware

G.Groh, 3.11.2008

Aufgabe 1.1 Lösungsvorschlag

a1	Aufsperren eines PKWs (Zentralverriegelung)
a2	linke Tür öffnen, Person steigt nach hinten links ein
a3	rechte Tür öffnen
a4	Person steigt nach hinten rechts ein
a5	Fahrer steigt ein, schließt die Tür
a6	Beifahrer steigt ein, schließt die Tür
a7	PKW fährt ab

Aufgabe 1.1 Lösungsvorschlag

Prozess P(E,≤,α) stellt konkreten Ablauf dar.

- Menge von Ereignissen E, Menge von Aktionen A
- α: E→A gibt an welches Ereignis welcher Aktion entspricht.
- Kausales Auftreten der Ereignisse in Prozess: wird in Relation ≤ angegeben. (≤ $\subseteq E \times E$ und reflexiv, transitiv, antisymm)

Zwei mögliche Prozesse:

$$
\begin{aligned}
P_1 &= (E_1, \leq_1, \alpha_1) \text{ mit} \\
E_1 &= \{\text{e1, e2, e3, e4, e5, e6, e7}\} \\
\leq_1 &= \{(\text{e1,e2}), (\text{e1,e3}), (\text{e3,e4}), (\text{e4,e6}), (\text{e6,e7}), (\text{e2,e5}), (\text{e5,e7})\}^* \\
\alpha_1 &= \{(\text{e1,a1}), (\text{e2,a2}), (\text{e3,a3}), (\text{e4,a4}), (\text{e5,a5}), (\text{e6,a6}), (\text{e7,a7})\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P_2 &= (E_2, \leq_2, \alpha_2) \text{ mit} \\
E_2 &= E_1 \\
\leq_2 &= \{(\text{e1,e3}), (\text{e3,e4}), (\text{e4,e6}), (\text{e6,e2}), (\text{e2,e5}), (\text{e5,e7})\}^* \\
\alpha_2 &= \alpha_1
\end{aligned}
$$

Aufgabe 1.1

Die transitive Hülle R^+ einer zweistelligen Relation R auf einer Menge M ist gegeben durch:

$$x \; R^+ \; y :\Leftrightarrow \exists n \geq 0 \; \exists x_1, \ldots, x_n \in M : x \, R \, x_1 \, R \, x_2 \, R \ldots R \, x_n \, R \, y$$

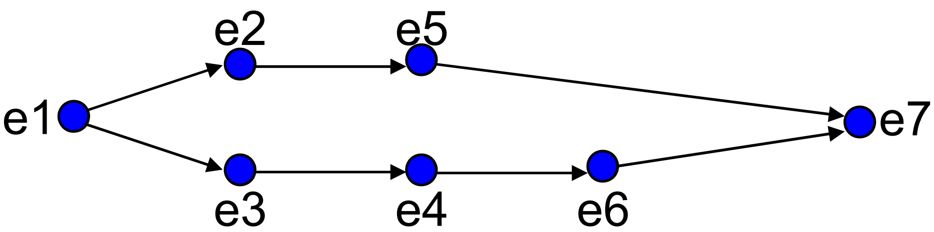
Die reflexiv-transitive Hülle R^* ergibt sich dann durch

$$x \; R^* \; y :\Leftrightarrow x = y \vee x \; R^+ \; y$$

(Quelle Wikipedia)

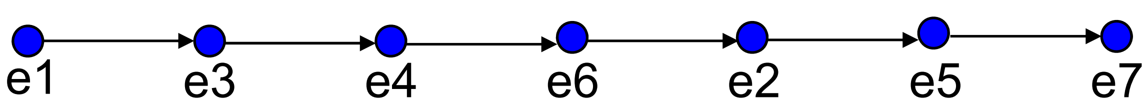
Aufgabe 1.1 Lösungsvorschlag

$P_1 = (E_1, \leq_1, \alpha_1)$ mit
$E_1 = \{e1, e2, e3, e4, e5, e6, e7\}$
$\leq_1 = \{(e1,e2), (e1,e3), (e3,e4), (e4,e6), (e6,e7), (e2,e5), (e5,e7)\}^*$
$\alpha_1 = \{(e1,a1), (e2,a2), (e3,a3), (e4,a4), (e5,a5), (e6,a6), (e7,a7)\}$



a1	Aufsperren eines PKWs (Zentralverriegelung)
a2	linke Tür öffnen, Person steigt nach hinten links e
a3	rechte Tür öffnen
a4	Person steigt nach hinten rechts ein
a5	Fahrer steigt ein, schließt die Tür
a6	Beifahrer steigt ein, schließt die Tür
a7	PKW fährt ab

$P_2 = (E_2, \leq_2, \alpha_2)$ mit
$E_2 = E_1$
$\leq_2 = \{(e1,e3), (e3,e4), (e4,e6), (e6,e2), (e2,e5), (e5,e7)\}^*$
$\alpha_2 = \alpha_1$



Bei der graphischen Darstellung werden Kanten aus der ()* - Operation i.a. nicht eingezeichnet

Aufgabe 1.2 Lösungsvorschlag

$P_1 = (E_1, \leq_1, \alpha_1)$ mit
$E_1 = \{\text{e1, e2, e3, e4, e5, e6, e7}\}$
$\leq_1 = \{(\text{e1,e2}), (\text{e1,e3}), (\text{e3,e4}), (\text{e4,e6}), (\text{e6,e7}), (\text{e2,e5}), (\text{e5,e7})\}^*$
$\alpha_1 = \{(\text{e1,a1}), (\text{e2,a2}), (\text{e3,a3}), (\text{e4,a4}), (\text{e5,a5}), (\text{e6,a6}), (\text{e7,a7})\}$

Im Prozess P_1 sind die Ereignispaare $\{e2, e3\}, \{e2, e4\}, \{e2, e6\}, \{e3, e5\}, \{e4, e5\}, \{e5, e6\}$ nebenläufig, das heißt, sie stehen zueinander nicht in der Relation $\leq_1$

(i.a.: Bildung der refl.-transitiven Hülle bei der Überprüfung nicht vergessen!)

$P_2 = (E_2, \leq_2, \alpha_2)$ mit
$E_2 = E_1$
$\leq_2 = \{(\text{e1,e3}), (\text{e3,e4}), (\text{e4,e6}), (\text{e6,e2}), (\text{e2,e5}), (\text{e5,e7})\}^*$
$\alpha_2 = \alpha_1$

Im Prozess P_2 sind keine Ereignisse nebenläufig.

Aufgabe 1.3 Begriffe

Ein Prozess $p_1 = (E_1, \leq_1, \alpha_1)$ heißt eine Sequentialisierung eines Prozesses $p_2 = (E_2, \leq_2, \alpha_2)$, falls gilt:

$E_1 = E_2$
$\forall\, e, d \in E_1 : e \leq_2 d \Rightarrow e \leq_1 d$
$\alpha_1 = \alpha_2$

- Ist p_1 sequentiell, so heißt die Sequentialisierung *vollständig*. Die Vervollständigung einer partiellen Ordnung zu einer linearen Ordnung heißt topologisches Sortieren.

(Quelle: Skript)

Aufgabe 1.3 Lösungsvorschlag

Lösungsmöglichkeit 1:

Da P_2 keine nebenläufigen Ereignisse besitzt, ist P_2 sequentiell. Jetzt muss noch gezeigt werden, dass P_2 eine Sequentialisierung von P_1 ist. Dann wäre P_1' = P_2 eine Lösung.

Zu zeigen:
$E_2 = E_1$. Gilt, laut Konstruktion von P_2
$\alpha_2 = \alpha_1$. Gilt, ebenfalls laut Konstruktion von P_2

$\forall$ e,d $\in$ E2: e $\leq_1$ d $\Rightarrow$ e $\leq_2$ d;

Die Elemente (e1,e3), (e3,e4), (e4,e6), (e2,e5), (e5,e7) kommen direkt in beiden Relationen $\leq_1$ und $\leq_2$ vor. Für diese Paare gilt also die Forderung.

Weiter zu Betrachten sind die restlichen Elemente (e1,e2), (e6,e7) $\in \leq_1$.

Frage 1: Steht e1 mit e2 in der Relation $\leq_2$?
Ja, transitiv über (e1,e3), (e3,e4), (e4,e6), (e6,e2).

Frage 2: Steht e6 mit e7 in der Relation $\leq_2$?
Ja, transitiv über (e6,e2), (e2,e5), (e5,e7).

Also ist P_1' = P_2 eine mögliche Sequentialisierung.

Aufgabe 1.3 Lösungsvorschlag

Lösungsmöglichkeit 2

Der zyklenfreie Graph, der durch die Relation $\leq_1$ gegeben ist, ist topologisch zu sortieren. Vorgehensweise: Man sucht in der Relation $\leq_1$ ein Ereignis, welches keinen Vorgänger hat, d.h. es kommt nicht auf einer rechten Seite eines Paares der Relation vor. Dieses Ereignis e schreibt man an. Die Paare, auf deren linken Seite das Ereignis e vorkam, streicht man und beginnt von neuem. Man iteriert so lange bis keine Ereignisse übrig sind. Alle direkt benachbarten Paare in der Sequenz der angeschriebenen Ereignisse nimmt man in die Relation $\leq_2$ auf. Sie bildet die Kausalitätsrelation für den sequentialisierten Prozess P_1'

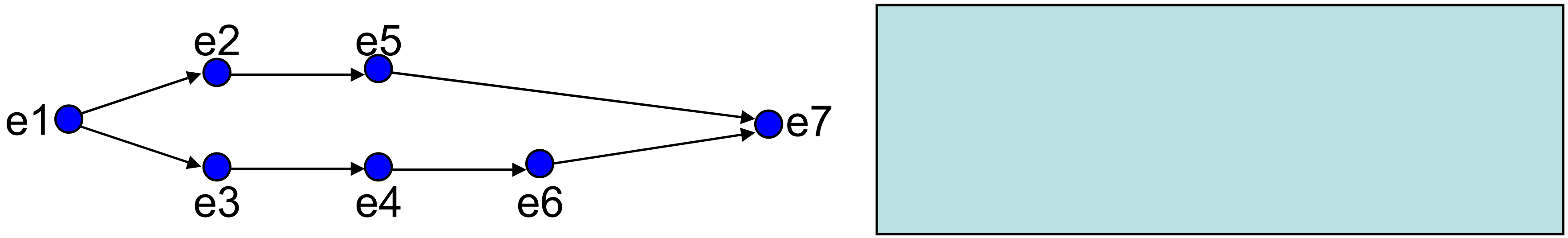
Die Sequentialisierung P_1' sieht also wie folgt aus:

E_1' $= E_1$

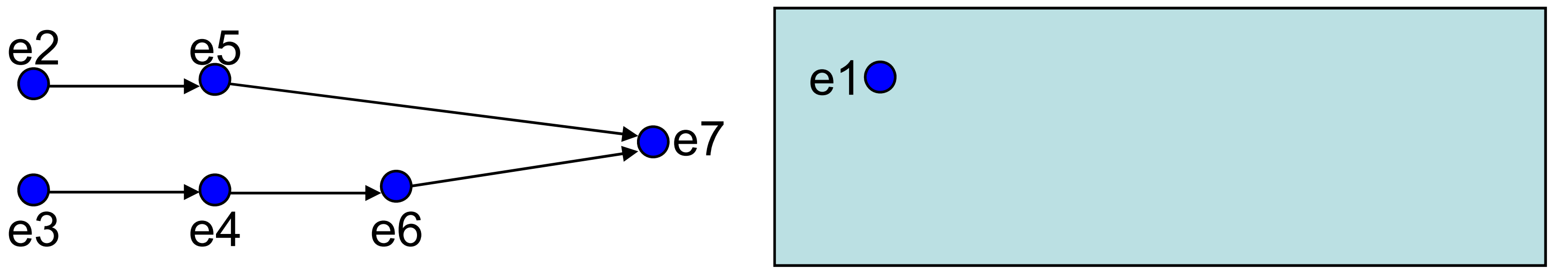
$\leq_1$' $= \{$(e1,e2), (e2,e3), (e3,e5), (e5,e4), (e4,e6), (e6,e7)$\}$

α_1' $= \alpha_1$

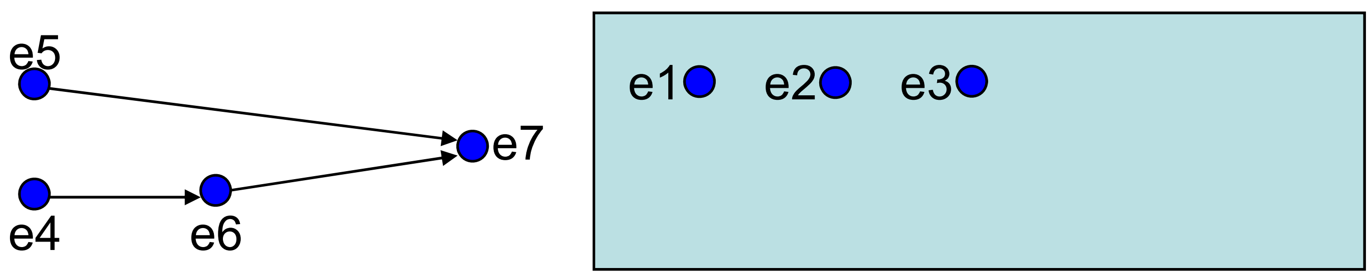
Schritt (1)



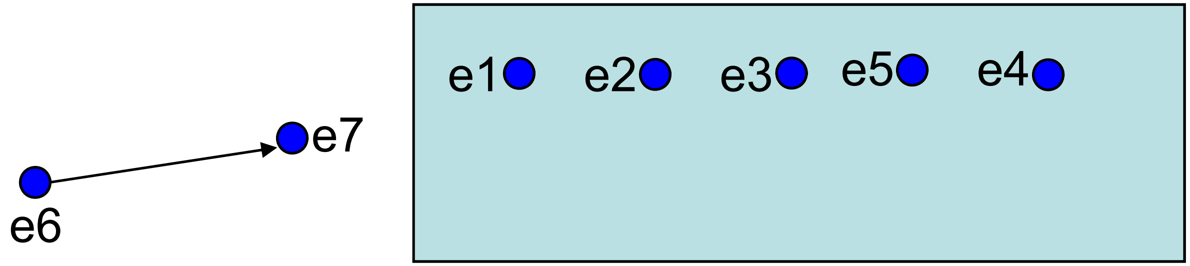
Schritt (2)



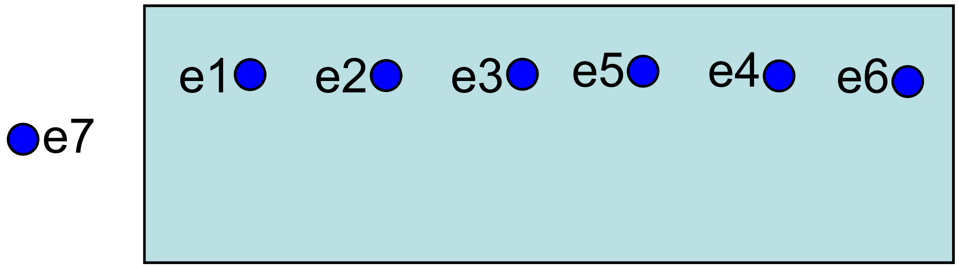
Schritt (3),(4)



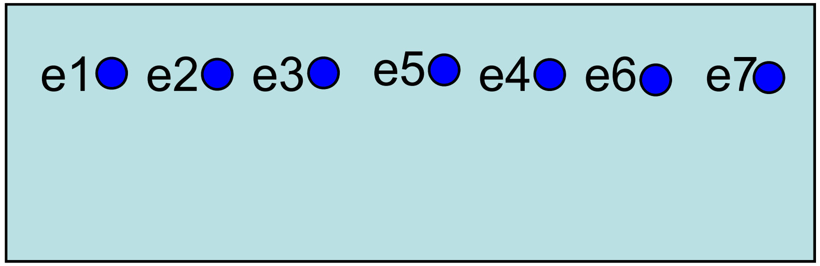
(5),(6)



(7)



(8)



Ergebnis: e1≤ e2≤ e3≤ e5≤ e4≤ e6≤ e7

Aufgabe 1.4 Begriffe

- Sei A eine Menge von Aktionen, dann bezeichnen wir mit A^+ die Menge der endlichen Folgen von Aktionen aus A und mit A^∞ die Menge der unendlichen Folgen von Aktionen.
- Jedem sequentiellen Prozess können wir eindeutig eine Folge von Aktionen zuordnen, wie sprechen von der *Spur* (engl. trace). Sei $p = (E, \leq, \alpha)$ ein sequentieller Prozess. Wir definieren:
  - $\text{spur} : \{p \mid p \text{ ist sequentieller Prozess }\} \rightarrow A^+ \cup A^\infty$
  - $\text{spur}(p) = \text{empty}$, falls $E = \emptyset$
  - $\text{spur}(p) = \langle a \rangle \cdot \text{spur}(p \mid E \setminus \{e\})$, falls $E \neq \emptyset$, wobei e das gemäß der Kausalitätsordnung kleinste Ereignis in p ist und $\alpha(e) = a$ gilt.

    $p \mid E \setminus \{e\}$ bezeichnet den Teilprozess, der durch die Einschränkung auf die Ereignismenge $E \setminus \{e\}$ entsteht.

    "$\cdot$" ist hier die Konkatenation von Aktionen, die sich durch die Ereignisse ergeben. spur ist eine Abbildung auf die Menge der Aktionen. Als Ergebnis liefert spur einen Strom (engl. stream) von Aktionen.
- Für einen nichtsequentiellen Prozess p gilt:

  $\text{Spuren}(p) = \{\text{spur}(q) : \text{Prozess } q \text{ ist eine vollständige Sequentialisierung von } p\}$

(Quelle: Skript)

Aufgabe 1.4 Lösungsvorschlag

vollständigen

Eine Spur s $\in$ Spuren(P_1) kann man aus einer Sequentialisierung des Prozesses P_1, also z.B. aus P_1' gewinnen.

Für P_1' aus Lösungsmöglichkeit 1 ergibt sich:
s = spur(P_1') = <a1 a3 a4 a6 a2 a5 a7>

Für P_1' aus Lösungsmöglichkeit 2 ergibt sich:
s = spur(P_1') = <a1 a2 a3 a5 a4 a6 a7>

Aufgabe 1.5 Begriffe

Ein nichtdeterministischer Zustandsautomat ist gegeben durch:

- S, eine Menge von Zuständen, genannt *Zustandsraum*,
- A, eine Menge von *Transitionsaktionen*,
- $R \subseteq S \times A \times S$ eine *Zustandsübergangsrelation*,
  * Seien s_0, $s_1 \in S$ und $a \in A$ gegeben. $(s_0, a, s_1) \in R$ bedeutet, dass im Zustand s_0 die Aktion a ausgeführt werden kann und dies zum Nachfolgezustand $s_1 \in S$ führen kann.
  * Diese Art von Automaten heißt *nichtdeterministisch*, da in einem Zustand mehrere Transitionsaktionen möglich sein können und eine Transitionsaktion zu unterschiedlichen Nachfolgezuständen führen kann.
  * Wir schreiben (für gegebene Relation R) $s_0 \rightarrow_a s_1$, um auszudrücken, dass $(s_0, a, s_1) \in R$ gilt.
- S0 eine Menge von möglichen Anfangszuständen.

(Quelle: Skript)

Aufgabe 1.5 Lösungsvorschlag

Zustandsraum S könnte z.B. aus dem Tupel von boolschen Variablen (T1, T2, S1, S2) bestehen. S=$\{0,1\}\times\{0,1\}\times\{0,1\}\times\{0,1\}$ wobei T1 und T2 für den Zustand der rechten und linken Türen (offen (1), geschlossen (0)) und S1, S2 für den Zustand der rechten und linken Sitze (besetzt (1), unbesetzt (0)) stehen.

S0 = {(0,0,0,0)} wäre eine sinnvolle Anfangszustandsmenge.

A={a1,a2,a3,a4} sei eine mögliche Menge von Aktionen

- a1: Rechte Tür öffnen,
- a2: Linke Tür öffnen,
- a3: Rechts einsteigen und rechte Tür schließen,
- a4: Links einsteigen und linke Tür schließen).

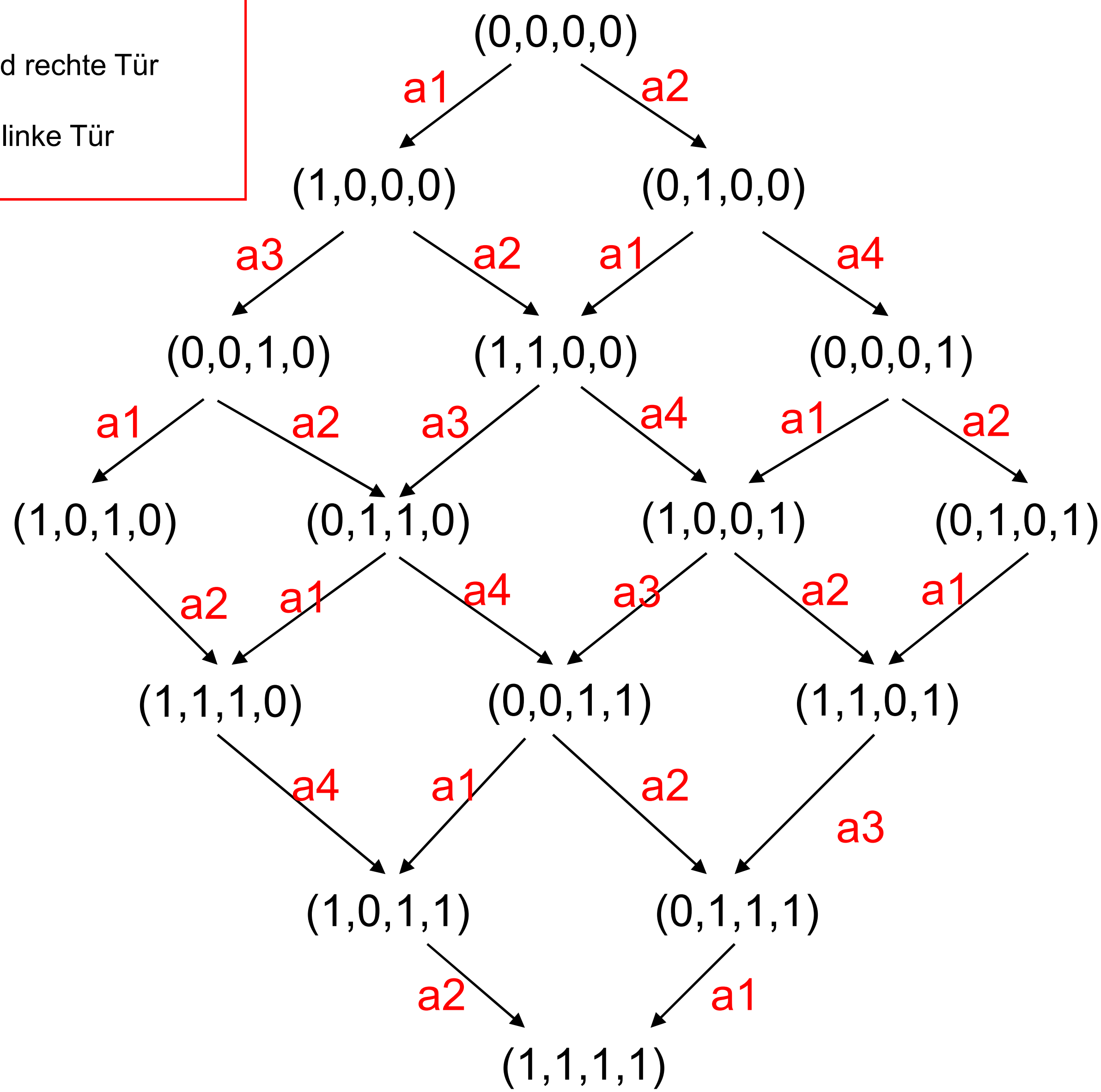
Ein möglicher Zustandsautomat könnte folgendermaßen aussehen (Die Übergangsrelation ist aus dem Automaten abzulesen):

(Quelle: Skript)

Aufgabe 1.5 Lösungsvorschlag

a1: Rechte Tür öffnen,
a2: Linke Tür öffnen,
a3: Rechts einsteigen und rechte Tür schließen,
a4: Links einsteigen und linke Tür schließen).

(T1,	T2,	S1,	S2)
rechte Tür offen	linke Tür offen	rechter Sitz belegt	linker Sitz belegt

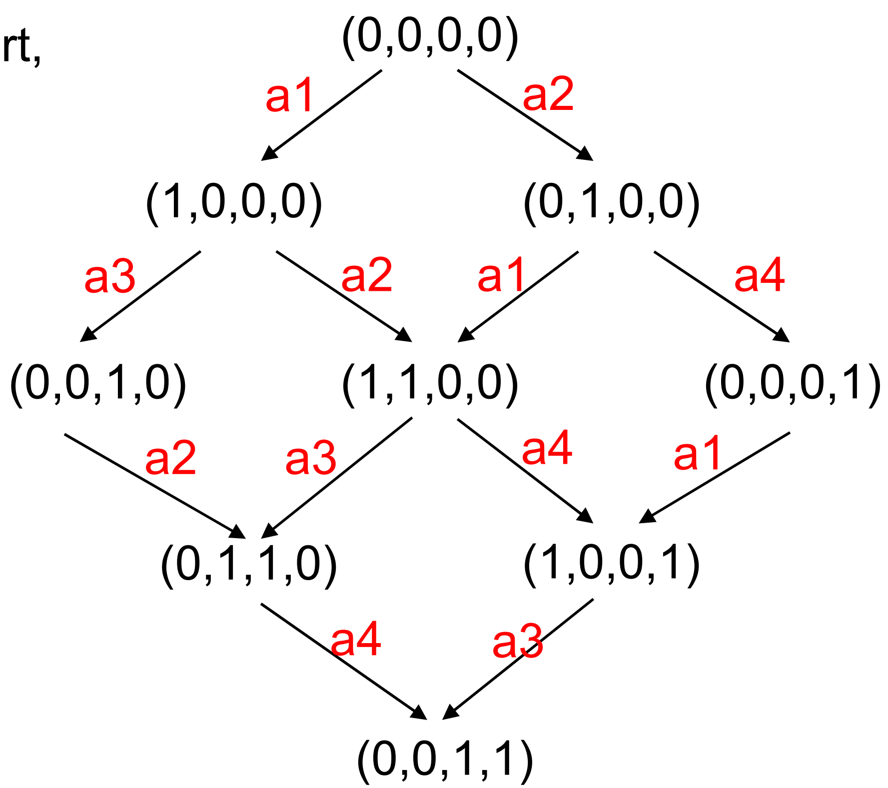


Aufgabe 1.5 Lösungsvorschlag

(T1,	T2,	S1,	S2)
rechte Tür offen	linke Tür offen	rechter Sitz belegt	linker Sitz belegt

a1: Rechte Tür öffnen,
a2: Linke Tür öffnen,
a3: Rechts einsteigen und rechte Tür schließen,
a4: Links einsteigen und linke Tür schließen).

Je nach Sichtweise kann auch folgender Graph akzeptiert werden, wenn man fordert, dass “Einsteigen” immer impliziert, dass die Türen anschliessend zu sind:



Aufgabe 2.1 Lösungsvorschlag

Die Aktion a_1 spezifiziert die sich anmeldende Person nicht genauer.

Dies ist durchaus realistisch , wenn die Modellierung auf einer bestehenden Applikation basiert und es dort eine Funktion `anmelden()` gibt. Diese würde dann der Aktion a_1 entsprechen.

Für den weiteren Zweck, Nebenläufigkeit bzw. Reihenfolgen zu modellieren ist es aber sinnvoll, die Aktion a_1 auf der Ebene der Ereignisse zwischen verschiedenen Rollen aufzuteilen:

e_{1Ul}: Ereignis eine Person der Übungsleitung meldet sich an
e_{1St}: Ereignis ein Student meldet sich an

Evtl. sollte für weitere Arbeiten auch die Modellierung für die Aktionen angepasst werden.

Allen anderen Aktionen a_n werden direkt Ereignisse e_n zugewiesen.

Damit ergibt sich folgende mögliche Ereignismenge $E = \{e_{1Ul}, e_{1St}, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$.

Aufgabe 2.2 Lösungsvorschlag

Aus 2.1 hatten wir:

e_{1Ul}: Ereignis eine Person der Übungsleitung meldet sich an
e_{1St}: Ereignis ein Student meldet sich an

Evtl. sollte für weitere Arbeiten auch die Modellierung für die Aktionen angepasst werden.

Allen anderen Aktionen a_n werden direkt Ereignisse e_n zugewiesen.

Damit ergibt sich folgende mögliche Ereignismenge $E = \{e_{1Ul}, e_{1St}, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$.

Dann folgt:

Die zugehörige Abbildung ist
$\alpha = \{(e_{1Ul}, a_1), (e_{1St}, a_1), (e_2, a_2), (e_{3;} a_3), (e_4, a_4), (e_5, a_5), (e_6, a_6), (e_7, a_7)\}$

Aufgabe 2.3 Lösungsvorschlag

Ein mögliche Relation $\sqsubseteq$ der kausalen Abhängigkeiten über E lautet:

$\sqsubseteq = \{(e_4, e_{1Ul}), (e_5, e_3), (e_6, e_7), (e_{1Ul}, e_5), (e_{1Ul}, e_6), (e_{1St}, e_3), (e_{1St}, e_7)\}$

Ohne Aufspalten in die zwei Ereignisse, könnten einige Zusammenhänge nicht klar modelliert werden. Insbesondere zeigt die Aufgabe, dass eine Modellierung anhand implementierungsrelevanter Aspekte nicht immer geeignet ist.

Aufgabe 2.4 Lösungsvorschlag

Vorab: Bei all den Beobachtungen kann es sich nicht um gleiche Ereignisse handeln. e_1 in `1:` ist prinzipiell ein anderes Ereignis als e_1 in `2:`. Diese Schreibweise deutet aber an, dass falls zu Ereignis e_1 in `1:` eine Aktion a_1 zugeordnet ist, die Ereignisse e_1 in `2:` und e_1 in `3:` ebenfalls der Aktion a_1 zugeordnet werden.

Als Relation $\sqsubseteq$ der kausalen Abhängigkeiten innerhalb des Systems lässt sich dann ableiten:

$$
\begin{aligned}
&\sqsubseteq = \{(a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_1, a_4), (a_1, a_5), (a_1, a_6), (a_1, a_7),\\
&(a_2, a_5), (a_2, a_6), (a_2, a_7),\\
&(a_3, a_5), (a_3, a_6), (a_3, a_7),\\
&(a_4, a_5), (a_4, a_6), (a_4, a_7),\\
&(a_5, a_7),\\
&(a_6, a_7)\}^*
\end{aligned}
$$

Aufgabe 3 Lösungsvorschlag

Refl. Trans. Hülle:

$$(\{(e_1, e_2), (e_2, e_3), (e_1, e_5), (e_2, e_5), (e_4, e_5)\})^* =$$

$$\{(e_1, e_2), (e_2, e_3), (e_1, e_5), (e_2, e_5), (e_4, e_5), (e_1, e_3), \forall i (e_i, e_i)\}.$$

Aufgabe 3 Lösungsvorschlag

Refl. Trans. Hülle:

$$(\{(e_1,e_2),(e_2,e_3),(e_1,e_5),(e_2,e_5),(e_4,e_5)\})^* =$$

$$\{(e_1,e_2),(e_2,e_3),(e_1,e_5),(e_2,e_5),(e_4,e_5),(e_1,e_3),\forall i(e_i,e_i)\}.$$

Alle "Paare" $\binom{E}{2}\setminus \leq$, die nicht in Relation $\leq$ stehen,

sind nebenläufig: $\{\{e_1,e_4\},\{e_2,e_4\},\{e_3,e_4\},\{e_3,e_5\}\}$